ON THE PRINCIPLE OF LOCALIZATION FOR SINC APPROXIMATIONS ON AN INTERVAL

A.Yu. Trynin

The validity of the principle of the localization of sinc-approximations on an interval on the class of functions that are Riemann integrable.

Keywords: Sinc approximations, cardinal functions, approximation, localization principle.

УДК 517.51

ОЦЕНКА ОДНОЙ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОМЕРНОЙ ОБЛАСТИ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩЕЙ УСЛОВИЮ ВНУТРЕННЕГО КОНУСА

И.В. Трухляева[1]

1 *irishka2027@mail.ru*; Волгоградский государственный университет

Настоящая работа посвящена оценке величины, необходимой для выяснения равномерной сходимости приближенных решений уравнения минимальной поверхности.

Ключевые слова: уравнение минимальной поверхности, равномерная сходимость, приближенное решение, аппроксимация уравнения, оценка равномерной сходимости.

Рассмотрим следующую полиномиальную характеристику области $\Omega \subset R^n$

$$\lambda_N = \inf_P \frac{\left(\int\limits_\Omega |\nabla P|^2\, dx\right)^{1/2}}{\sqrt{|\Omega|}\,\sup\limits_\Omega |\nabla P|},$$

где точная нижняя грань берется по всем многочленам степени не более чем N по каждой переменной. Приведем пример оценки снизу величины λ_N. Отметим, что данная характеристика области применяется при оценке скорости сходимости полиномиальных решений уравнения минимальных поверхностей (см. [1]).

В работе [2] для куба было получено следующее неравенство

$$\lambda_N \geq \frac{1}{2^{n+1}} \frac{\sqrt{\omega_n}}{2^{n/2} N^n \sqrt[4]{n^n}}, \tag{1}$$

которое позволило напрямую сделать оценку величины λ_N для областей Ω, для которых $\Delta(\Omega) > 0$, где

$$\Delta(\Omega) = \inf_{z_0 \in \Omega} a(z_0)$$

и $a(z_0)$ определяется следующим образом: для любого $z_0 \in \Omega$ находим максимальный куб $K(z_0) \subset \Omega$, не обязательно со сторонами, параллельными осям координат, такой что $z_0 \in K(z_0)$. Пусть $a(z_0)$ – сторона этого куба.

Очевидно, что имеются области с кусочно-гладкой границей, для которых $\Delta(\Omega) = 0$. Например, для конуса $C = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < 1, 0 < z < A(1 - \sqrt{x^2 + y^2})\}$ при достаточно больших $A > 0$ величина $\Delta(C) = 0$.

Итак, пусть в пространстве R^3 с декартовыми координатами (x, y, z) задан куб K с вершинами в точках

$$(0,0,0),\;\; (h,0,0),\;\; (0,h,0),\;\; (h,h,0),$$

$$(0,0,h),\;\; (0,h,h),\;\; (h,0,h),\;\; (0,h,h),$$

где $\alpha \in (0,\pi/2], h > 0$.

С помощью линейного преобразования

$$u = x + y\cos\alpha + z\sin\beta,\quad v = y\sin\alpha,\quad t = z\cos\beta$$

в пространстве с координатами (u, v, t) получим параллелепипед R (см. рис. 1) с вершинами

$$(0,0,0),\;\; (h\cos\alpha, h\sin\alpha, 0),\;\; (h + h\cos\alpha, h\sin\alpha, 0),\;\; (h,0,0),\;\; (h\sin\beta, 0, h\cos\beta),$$

$$(h\cos\alpha+h\sin\beta, h\sin\alpha, h\cos\beta),\;\; (h+h\cos\alpha+h\sin\beta, a\sin\alpha, h\cos\beta),\;\; (h+h\sin\beta, 0, h\cos\beta).$$

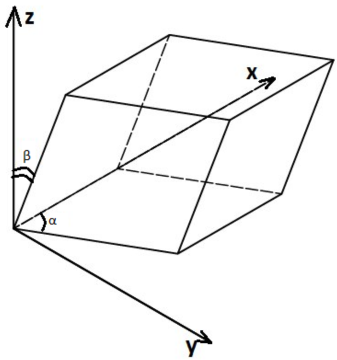

Рис. 1. Параллелепипед R

Пусть теперь $P = P(x, y, z)$ – произвольный многочлен, степень которого по каждой переменной не превышает N. Будем рассматривать случай, когда $\alpha = \pi/2 - \beta$.

Нетрудно заметить, что

$$P_u^2 + P_v^2 + P_y^2 \geq P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 \geq \min\left\{\frac{1+2\sin^2\beta}{1+4\sin^2\beta}, \frac{\cos^2\beta}{2+4\sin^2\beta}\right\}(P_u^2 + P_v^2 + P_t^2).$$

Тогда

$$\frac{\left(\iiint\limits_R (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)\,dx\,dy\,dz\right)^{1/2}}{\sqrt{|K|}\max\limits_R |\nabla P|} \geq$$

$$\geq \frac{\cos\beta}{\sqrt{2}\sqrt{1+2\sin^2\beta}}\cdot\frac{\left(\iiint\limits_K (P_u^2+P_v^2+P_t^2)\,du\,dv\,dt\right)^{1/2}\cdot\cos\beta}{\sqrt{|R|}\max\limits_K|\nabla P|}=$$

$$=\frac{\cos\beta}{\sqrt{2}\sqrt{1+2\sin^2\beta}}\cdot\frac{\left(\iiint\limits_K (P_u^2+P_v^2+P_t^2)\,du\,dv\,dt\right)^{1/2}\cdot\cos\beta}{\sqrt{|K|}\max\limits_K|\nabla P|}\sqrt{\frac{|K|}{|R|}}=$$

$$=\frac{\cos\beta}{\sqrt{2}\sqrt{1+2\sin^2\beta}}\frac{\left(\iiint\limits_K (P_u^2+P_v^2+P_t^2)\,du\,dv\,dt\right)^{1/2}}{\sqrt{|K|}\max\limits_K|\nabla P|}\geq\frac{\cos\beta}{\sqrt{1+2\sin^2\beta}}\frac{\sqrt{\pi}}{96\sqrt[4]{3}N^3}.$$

Таким образом, для параллелепипеда со стороной $h>0$, и острым углом $\beta\in(0,\pi/2]$ выполнено неравенство

$$\lambda_N\geq\frac{\cos\beta}{\sqrt{1+2\sin^2\beta}}\frac{\sqrt{\pi\sin^2\beta}}{96\sqrt[4]{3}N^3}.$$

Пусть теперь задана произвольная область $\Omega\in R^3$. Предположим, что найдется такое число $\beta(\Omega)\in(0,\pi/2]$, что всякая точка z_0 области содержится в некотором параллелепипеде $R\subset\Omega$ с острым углом $\beta(\Omega)$. При этом z_0 не обязательно должна быть центром куба R. Для любого $z_0\in\Omega$ найдем максимальный по стороне куб $R\subset\overline{\Omega}$ такой, что $z_0\in D$. Пусть сторона этого параллелепипед $h(z_0)>0$. Будем считать, что

$$H(\Omega)=\inf_{z_0\in\Omega}h(z_0)>0.$$

Рассуждая так же, как и в [1], получим неравенство следующее утверждение:

Теорема. *Пусть ограниченная область $\Omega\subset\mathbf{R}^3$ такова, что $H(\Omega)>0$ и $\beta(\Omega)>0$. Тогда справедлива следующая оценка*

$$\lambda_N\geq\sqrt{\frac{\pi}{|\Omega|}}\frac{H(\Omega)\cos\beta}{96\sqrt[4]{3}N^3\sqrt{1+2\sin^2\beta}}.$$

Литература

1. Клячин А. А., Трухляева И. В.*О сходимости полиномиальных приближенных решений уравнения минимальной поверхности* // Уфимский матем. журнал. – 2016. – Т. 8. – № 1. – С. 72–83.

2. Трухляева И. В. *Оценка одной полиномиальной характеристики многомероной области* // Матер. научной сессии. – Волгоград. – 2015. – С. 196–199.

ESTIMATE OF A POLYNOMIAL CHARACTERISTIC OF MULTIDIMENSIONAL DOMAIN SATISFYING THE INNER CONE CONDITION

I.V. Trukhlyaeva

We obtain an estimate for the rate of uniform convergence of approximate solutions to the exact one

for minimal surface equation.
Keywords: minimal surface equation, uniform convergence, approximate solution, approximation of equation, estimation of uniform convergence.

УДК 532.537

ПРИЛОЖЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ГИДРОМЕХАНИКИ МНОГОФАЗНЫХ СРЕД К ЧИСЛЕННОМУ ИЗУЧЕНИЮ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕОДНОРОДНОЙ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

Д.А. Тукмаков[1]

1 *tukmakovda@imm.knc.ru*; Институт механики и машиностроения Российской академии наук

В работе на основе численного решения уравнений движения многофазных сред получена модель динамики газовзвеси и дрейфа дисперсной фазы в нелинейных волновых полях акустической и электростатической природы, а также разработана математическая модель динамики взвеси частиц с многокомпонентной дисперсной фазой.

Ключевые слова: математическое моделирование, гидродинамика многофазных сред, краевая задача Коши, явная конечно-разностная схема, низкотемпературная плазма с твердой конденсированной фазой.

Модели динамики газовзвесей, состоящих из частиц, несущих электрический заряд, используются для описания ряда процессов, к которым относятся напыление защитных покрытий на окрашиваемые поверхности в электростатическом поле, а также получение на встречных потоках порошкообразных материалов, состоящих из твердых частиц, покрытых слоем полимера [1-3]. Модели электрогазодинамики газовзвесей, наряду с прикладным значением, используются при описании явлений самоорганизации в пылевой плазме, состоящей из заряженных частиц, концентрация которых достаточна для того, чтобы создать электрическое поле, согласованное с меняющейся во времени пространственной конфигурацией газовзвеси [2,3]. Так, в [1,2] рассматривается комплексная плазма, в которой к общему фону ионов, электронов и нейтральных частиц добавлены частицы пыли, которая взаимодействует с окружающей плазмой и приводит к появлению новых физических эффектов. В [4] описаны эксперименты с термодиффузией пыли, движущейся из запыленной области в область с чистым газом. Исследовано распространение пыли при различных коэффициентах диффузии и зарядах частиц и выявлен режим, при котором частицы пыли самоорганизуются в тороидальную структуру. В расчетах, выполненных в данной работе, несущая среда считается электрически нейтральным газом, поскольку рассматриваются медленные процессы, время протекания которых велико по сравнению с периодом плазменных колебаний [2,3]. Дисперсная фаза многофазной смеси состоит из совокупности некоторого количества фракций твердых частиц, при этом каждая фракция отличается объемным содержание в общем объеме многофазной среды, физической плотностью вещества, размером частиц и их теплопроводность. Среда представляет собой электрически заряженную газовзвесь полидисперсного состава, частицы которой находятся под действием силы аэродинамического сопротивления, силы Архимеда, силы присоединенных масс